SoMeCCA/ENOAN2020/Virtual
Primavera Mx 2020-Covid 19.

Mesa Redonda:

Epidemias y Matemáticas

Lourdes Esteva Peralta[1]
Jesús López Estrada[2]
Jorge X. Velasco Hernández[3]

Abril 14 de 2020.

[1]Facultad de Ciencias, UNAM: lesteva@ciencias.unam.mx
[2]Facultad de Ciencias, UNAM: jelpze@ciencias.unam.mx
[3]IMate-Juriquilla, UNAM: jx.velasco@im.unam.mx

Resumen

Se presenta una charla entre amigos para hablar de un tema que ha venido acaparendo la atención de toda la sociedad, tanto a nivel macional como global, actualmente *Pandemia SARS-Cov-2*, también conocida como Covid 19. Esta charla está dirigida principalmente a estudiantes universitarios de Matemáticas, Ciencias e Ingeniería del país, pero bien puede ser de interés a una audiencia más amplia. Se hablará un poco de la historia de las epidemias y los primeros modelos matemáticos propuestos para su estudio, como el clásico de Kermac-Mckendrick propuesto en 1927. En seguida, se describirán algunos modelos matemáticos básicos en Epidemiología y cómo se han usado. Y finalmente, se hará una reflexión sobre el papel relevante que juegan los modelos matemáticos en las predicciones sobre el desarrollo de una pandemia en apoyo al sector salud en la toma decisiones de control. En particular, la del Covid 19; y otra, sobre la falta de cuestionamientos a las predicciones basadas en los modelos matemáticos.

1. Preámbulo

En esta primera intervención por parte del Prof. Jesús López Estrada, se presenta al público una breve introducción a la Epidemilogía Matemática. Primero desde sun punto de vista histórico y después de uno social-económico-matemático.

2. Epidemías. Un poco de su Historia

Las enfermedades infecciosas han venido ganando, desde hace unas cuatro décadas, cuando brotó la pandemia del VIH, cada vez mayor interés e importancia por parte de todos los pueblos alrededor del mundo.

• Las epidemias, definidas como enfermedades que brotan repentinamente y que infectan a un gran número de individuos de la población en una localidad, provincia, nación o región, ocurren desde que el hombre comenzó a vivir en comunidad y convivir con animales de corral y otros.

• En la historia de la humanidad hay muchos ejemplos de epidemias y de su influencia en el devenir de los acontecimientos históricos:

- Se cuenta con reportes que en la antigüedad (5,000 años A.C.), Egipto y Babilonia ya padecían epidemías de tuberculosis y malaria.

- En los años 541-542 A.C., la pandemia conocida como *la plaga Justiniana* mató 15-20 % de una población de 200 millones de individuos.

- En la Biblia se mencionan varias epidemias, que frecuentemente son llamadas plagas, pues eran consideradas como un castigo divino por la conducta pecaminosa de los hombres.

- Las llamadas plagas de Antonine que azotaron al imperio romano, disminuyendo drásticamente la población, provocando, entre otras causas, la caída del imperio.

- Otro ejemplo es la plaga bubónica que ocasionó la muerte de la tercera parte de Europa entre los años 1346 y 1350 teniendo grandes efectos políticos y económicos.

- La caída de los imperios Azteca e Inca son también, en buena medida, consecuencia de las epidemias de sarampión, difteria y viruela, que los españoles trajeron consigo.

La viruela jugó un papel central en la la victoria española sobre la toma de la Gran Tenochtitlán. En resumen, durante la conquista de México por España, la población nativa de 30 millones en 1521 se redujo a poco menos de 3 millones 50 años después.

- La pandemia de influenza española de 1918 que ocurrió durante la Primera Guerra Mundial. Guerra que impulsó la propagación de la enfermedad, en la que se calcula que un tercio de la población global se infectó con este virus, y que el número de muertes en todo el mundo fue de al menos 50 millones de personas.

- En particular, cabe destacar que es una de las causas, muy probables, de la derrota militar del zapatismo suriano durante la Revolución Mexicana. Luego, no es decabellado lanzar la hipotesis que se repite la historía, con la derrota de los aztecas en 1521 y del ejercito zapatista en 1919.

- Finalmente, hoy en día, estamos enfrentando el control de la propagación de la pandemia del Covid 19, la cuál parece tener un potencial de causar la mayor mortandad humana de todos los tiempos.

3. Epidemilogía matemática ¿Para qué y por qué?

• Entre las principales preguntas que por parte del sector salud plantea a los epidemiólogos están:

- ¿Qué tan severa puede llegar a ser, ó cuál será el impacto - total de infectados- de una epidemia?
- ¿Cuánto tiempo durará la epidemia?
- ¿Cuándo se dará el pico (i.e., incidencia máxima de casos) y cuál es ésta?
- ¿Cuántas personas infectadas necesitarán tratamiento en hospital?
- ¿Cuántas personas infectadas necesitarán atención de terapía intensiva?
- ¿Cuál será el número total de muertes por causa de la epidemía?
- ¿Qué tan efectivas resultaron ser las medidas profilácticas tomadas por las autoridades del sector salud (cierre de escuelas e instituciones de educación superior, sana distancia, quedate en casa, cuarentena, etc.)?

• Estos problemas epidemiológicos son, prácticamente, imposibles de abordar experimentalmente y estudiar en laboratorio, cayendo en severos cuestionamientos éticos.

• Es aquí dónde entra en escena la Epidemiología Matemática, recurriendo a los modelos matemáticos como herramienta básica y el uso de los registros epidemiológicos para el estudio de la evolución de una epidemia o pandemia.

• Los modelos matemáticos nos develan aspectos ocultos que se encuentran detrás los datos reportados por las autoridades de salud.

4. Los albores de la Epidemiología Matemática.

- En 1760, Daniel Bernoulli sometió a la Academia de Ciencias de Paris un trabajo sobre un análisis de la mortalidad por sarampión y defendiendo la vacunación para su prevención. Es éste un primer aporte de la epidemiología matemática.

- Pero las primeras contribuciones a la epidemiología matemática moderna se deben a Sir R.A. Ross, W.H. Hamer, A.G. McKendrick y W.O. Kermack entre los años 1900 y 1935.

- Un caso sobresaliente es el trabajo de Donald Ross, premio Nobel 1902 en Fisiología y Medicina, por su descubrimiento de la dinámica de transmisión entre seres humanos y mosquitos de la malaria, concluyendo -mediante el desarrollo de un modelo matemático- que el brote de malaria se podía evitar si se conseguía reducir la población de mosquitos por debajo de cierto umbral crítico, hecho que fue después comprobado experimentalmente (Prevención de la Malaria, 1911).

5. Modelo SIR de Kermack-McKendrick

• En la actualidad los mecanismos de transmisión de las enfermedades infecciosas, en la mayoría de los casos, son conocidos y comprendidos. Usualmente, se transmiten por medio de agentes virales, como la influenza, la varicela, el sarampión y la rubeola, los cuales confieren inmunidad a las personas que se infectaron y recuperaron.

- Mientras que las enfermedades transmitidas por bacterias no conceden inmunidad, por ejemplo, la gonorrea y la meningitis. Otro tipo de enfermedades como la malaria y el mal del sueño, son transmitidos por medio de vectores, usualmente insectos, que primero son infectados por humanos y luego transmiten la enfermdedad a otros humanos.

• Considerando que las enfermedades infeciosas son debidas a la invasión de un agente externo *patógeno*, en un individuo, se sugiere considerar a la población dividida en compartimentos, S de los individuos sensibles a contraer la infección, I de los individuos infectados, y R de los individuos recuperados y fallecidos.

• Uno de los modelos matemáticos más sencillos que capturan los aspectos relevantes de la evolución de una epidemia es el conocido modelo SIR que consta de un sistema de tres ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -\gamma \frac{I}{N} S \\ \dot{I} &= \gamma \frac{I}{N} S - \mu I \\ \dot{R} &= \mu I \end{aligned} \tag{1}$$

propuesto en 1927 por W.O. Kermac y A.G. Mckendrick para el estudio del comportamiento de una plaga que azotó Bombay en los años 1905-1906.

• Este modelo ilustra la importancia de la cuarentena para los individuos infectados permaneciendo en casa hasta recuperarse plenamente, pasando al compartimento de los recuperados sin infectar a otros. Esto permite reducir la magnitud del brote reduciendo nuevas infeciones.

6. Un número relevante

• Un simple número, el *número reproductivo básico* $\mathcal{R}_0$, dice si abrá o no un brote epidémico. Si $\mathcal{R}_0 < 1$ entonces la infección se desvanece. Y en caso contrario, ocurre un brote con crecimiento exponencial $(1, 2, 2^2, 2^3, \dots)$, caracteristico al inicio de la epidemía.

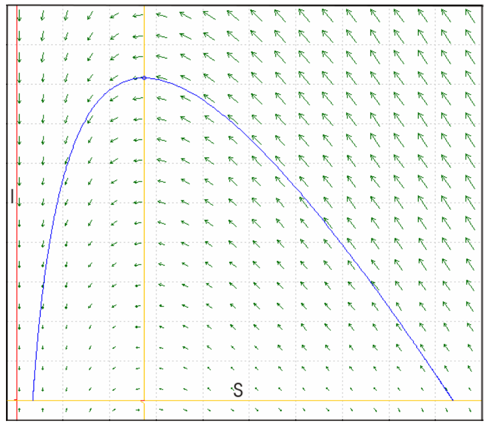

Figura 1: Curvas en espacio de fases del modelo SIR. Infectados contra Sensibles.

• Si la epidemía se propaga en 10 generaciones, abrá más de **mil** infectados y si propaga otras 10 generaciones entonces abrá más de un **millón** de infectados.

• En la práctica, éste crecimiento exponencial no se mantiene indefinidamente. Eventualmente, llegará a un pico de incidencia máxima y luego empieza a decaer (véase la Figura 1), debido a la reducción de los individuos suceptibles de contraer la infección (véase primera ecuación del modelo). Y con ello, reduciendo el $\mathcal{R}_0$ efectivo a menos de la unidad, implicando el desvanecimiento de la epidemía.

• El número reproductivo básico encapsula todas las sutilezas de una epidemía en un sólo número

$$\mathcal{R}_0 \equiv \frac{\gamma S(t_0)}{\mu} \tag{2}$$

desde como se desarrolla la enfermedad en el organismo, hasta su modo de transmisión.

• Más aún, devela la estructura de la comunidad en la tiene lugar y capta aquellos aspectos clave para actuar en consecuencia (cuarentena, sana distancia, quedate en casa, etc,), reduciendo con ello, tanto la población de individuos suceptibles $S(t_*)$ en el tiempo t_* de observar estas medidas de control, como la tasa de infección γ. Luego, desminuyendo el valor del número reproductivo efectivo $\mathcal{R}_{t_*}$ por debajo de la unidad. Y por tanto, logrando el desvanecimiento de la epidemia.

• El modelo SIR también nos permite estimar el impacto de la epidemía (total de casos durante toda la epidemia), entre otras cosas.

7. A manera de conclusión.

Siguiendo a Simon A. Levin [Lev]: El estudio de las enfermedades infecciosas constituye una de las áreas de la biología matemática más viejas y ricas. Su estudio a facinado a los matemáticos por una centuria, con buena razón. Es más seductivo, por supuesto, tener la oportunidad de usar las matemáticas para hacer una contribución positiva a la humanidad. En el estudio de las enfermedades infeciosas, los elementos esenciales son rápidamente captados y bien capturados en términos y representaciones matemáticas. Como las epidemías, desde el VIH/SIDA hasta el SARS-Cov-2/Covid-19, han hecho su emergencia en un escenario global, los modelos matemáticos son una herramienta fundamental en la toma de decisiones bien informadas por parte de los gobernates y autoridades del sector salud, con apoyo en los consejos emitidos por los expertos en modelación matemática de epidemías, así como de la busqueda de claridad que se pueda conseguir.

Referencias

[Bac] Bacaer,N., *A Short History of Mathematical Population Dynamics*, Springer, 2011.

[Ba1] Bauer, F., *Basic Ideas of Mathematical Epidemiology*, Preprint, Dept. of Maths., U. of British Columbia, Canada.

[Ba2] Bauer, F., van den Driessche, P., Wu, J., Eds, *Mathematical Epidemiology*, Springer, 2008.

[Lev] Levin, S.A., *New directions in the mathematics of infectious disease*, en Castillo-Chavez, C., Blower, S., et.al, *Mathematical Approaches for Emerging and Reemerging Infectious Diseases: Models, Methods, and Theory*, Springer, 2002, pp. 1.

[Dea] A. B. Deakin Michael, *A Standard Form for the Kermack and Mckendrick Epidemic Equations*, Bulletin of Mathematical Biology, volume 37, 1975.