

Tres artículos de minimización sobre el poliedro de transporte

Gilberto Calvillo Vives¹ y Jesús López Estrada²

En memoria de nuestro amigo y colega David Guillermo Romero Vargas (1943-2021).

Resumen.

Una de las estructuras matemáticas más ubíquas son las matrices. En particular, las que tienen como entradas números reales. Un problema frecuente es el siguiente: Dada una matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y dos vectores $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ y $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$, hallar una matriz $B \in \mathbb{R}^{m \times n}$ cuyas sumas por renglón sean las entradas de \mathbf{u} y cuyas sumas por columna sean las entradas de \mathbf{v} y tal que la distancia entre A y B sea mínima. Una generalización de este problema se obtiene cuando en lugar de considerar una matriz, se considera un arreglo multidimensional $A \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k}$. David dio una solución brillante a este problema dando una fórmula explícita para B . El problema se complica un poco cuando se pide que las entradas de B (al igual que las de A) sean no-negativas. En este caso la fórmula obtenida por David ya no funciona. Sin embargo, para el caso bidimensional, el problema puede describirse como encontrar el punto del poliedro de transporte (argot de Investigación de operaciones) más cercano a A y se demuestra que existe un algoritmo muy eficiente que usa iterativamente la fórmula mencionada para obtener la solución. La belleza de este problema llevó a David a conjeturar que la fórmula para el caso multidimensional debía ser válida cuando el arreglo A es substituido por una caja en $\mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k}$. En esta plática presentaremos los resultados de una serie de tres artículos. En el primero, David Romero da la fórmula referida; el segundo es un trabajo conjunto de él con Gilberto Calvillo y en el que se resuelve el segundo problema y el tercero elaborado por Romero, Calvillo y López-Estrada y que resuelve el problema generalizado a espacios de Hilbert.

¹LAM, UCIM-UNAM: gilberto.calvillo@im.unam.mx

²Departamento de Matemáticas: jelpze@ciencias.unam.mx