Un problema de máxima cobertura para la ubicación de pruebas para la detección de la COVID-19

Salvador J. Vicencio-Medina[1], Yasmín A. Ríos-Solís[1]
A00832500@itesm.mx, yasmin.riossolis@tec.mx
[1]School of Engineering and Sciences, Tecnológico de Monterrey

XXIX ESCUELA NACIONAL DE OPTIMIZACIÓN Y ANÁLISIS NUMÉRICO

Resumen

Solo algunos hospitales pueden recibir pruebas para la detección de la COVID-19. Consecuentemente, algunos municipios quedan completamente desahuciados al no tener un hospital COVID cercano al cual acudir. Hemos usado el problema de máxima cobertura donde no solo la cercanía de los hospitales es considerada sino que también la accesibilidad de las personas en alcanzar un hospital COVID-19 es tomada en cuenta. En el problema de máxima cobertura, un conjunto de n hospitales deben ser asignados con pruebas COVID-19 y un conjunto de municipios son proporcionados. El objetivo es identificar que hospitales deben ser asignados con pruebas de la COVID-19 de tal manera que la mayor parte de la población mexicana sea cubierta considerando los casos de mortandad, el índice de pobreza, la población del municipio, entre otros. Además, desarrollamos un modelo que considera unidades móviles, lo que significa que los hospitales que tienen asignadas pruebas para la detección de la COVID-19 pueden enviar unidades móviles ha algunos municipios con la intención de incrementar la cobertura. El modelo propuesto ha sido evaluado con tres diferentes clases de instancias. Los resultados experimentales muestran que al usar unidades móviles se tiene un gran impacto en la cobertura.

Área de servicio y de movilidad

El área de servicio es un atributo de los hospitales y representa la cobertura que realiza un hospital a la redonda. Mientras que el área de movilidad es un atributo de los municipios y éste se refiere a la posibilidad que tiene la gente de un municipio para trasladarse a un hospital siempre y cuando dicho municipio no esté cubierto por el área de servicio de un hospital. Considere el siguiente ejemplo de solución dónde se muestra el uso del área de servicio y del área de movilidad. Ver Figura 1.

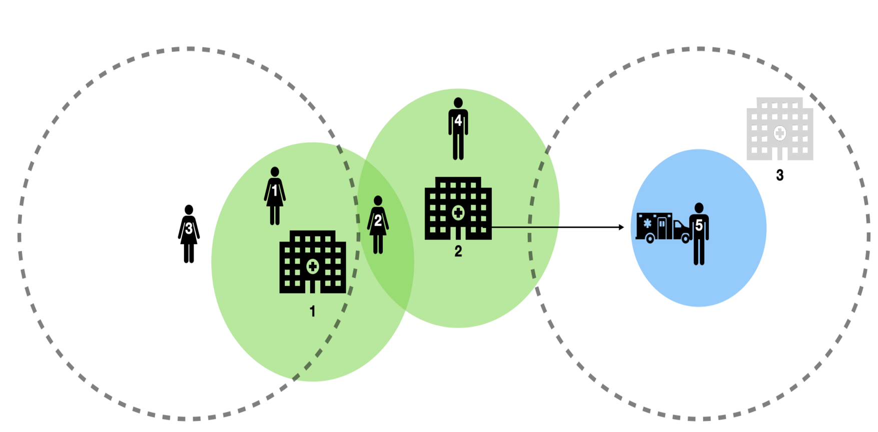
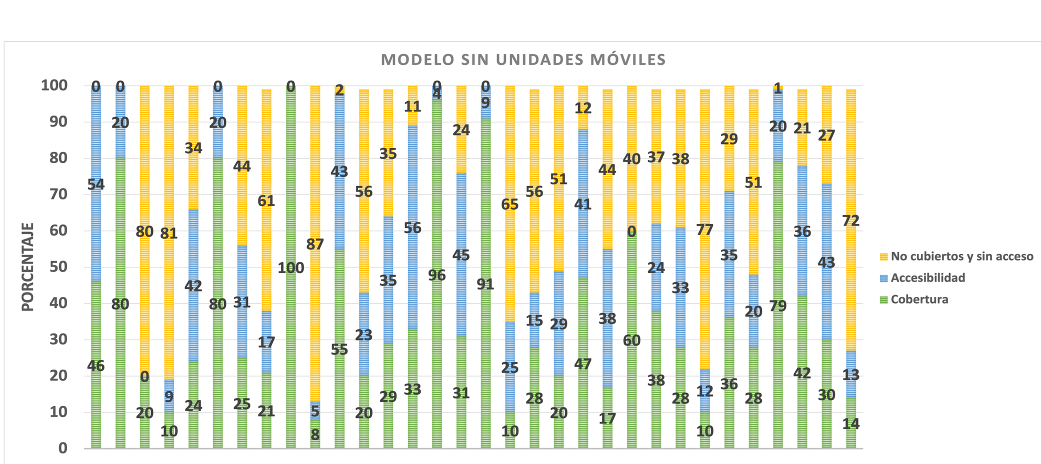
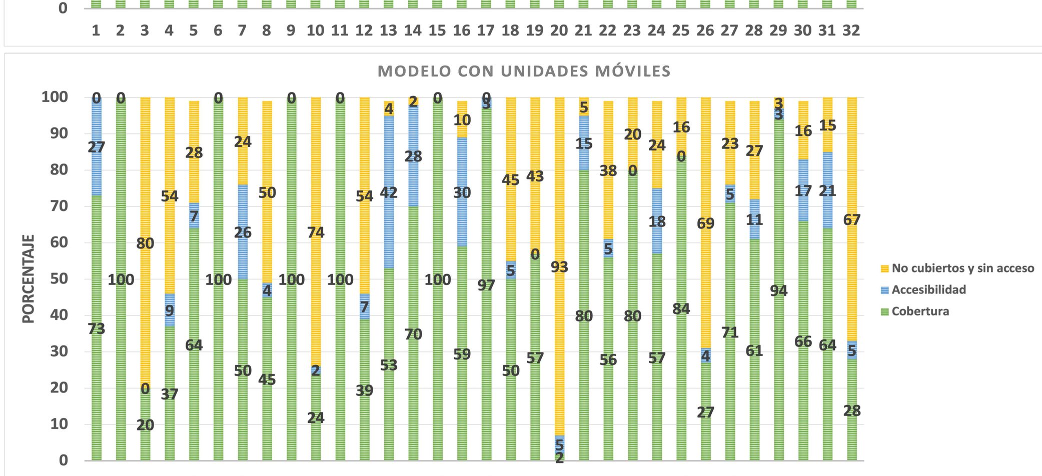


Figura 1. Ejemplo de solución haciendo uso del área de servicio y el área de movilidad

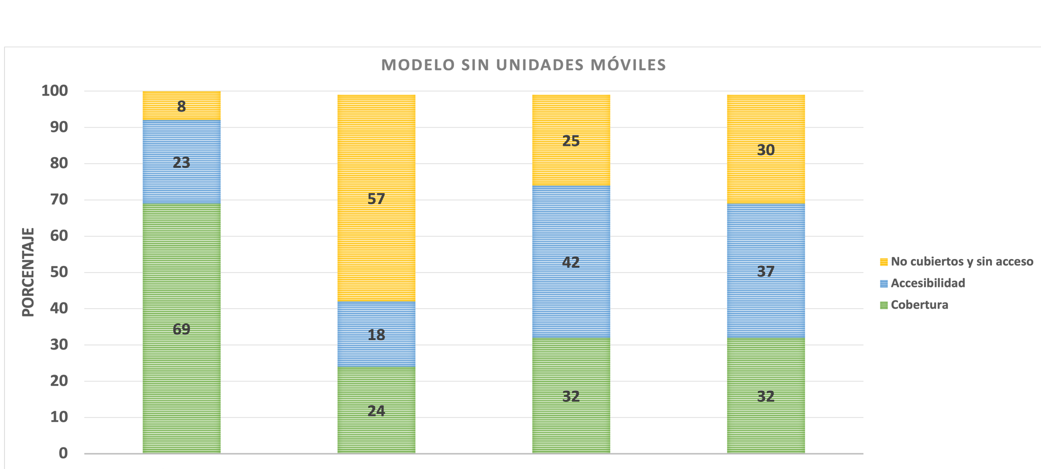
Resultados

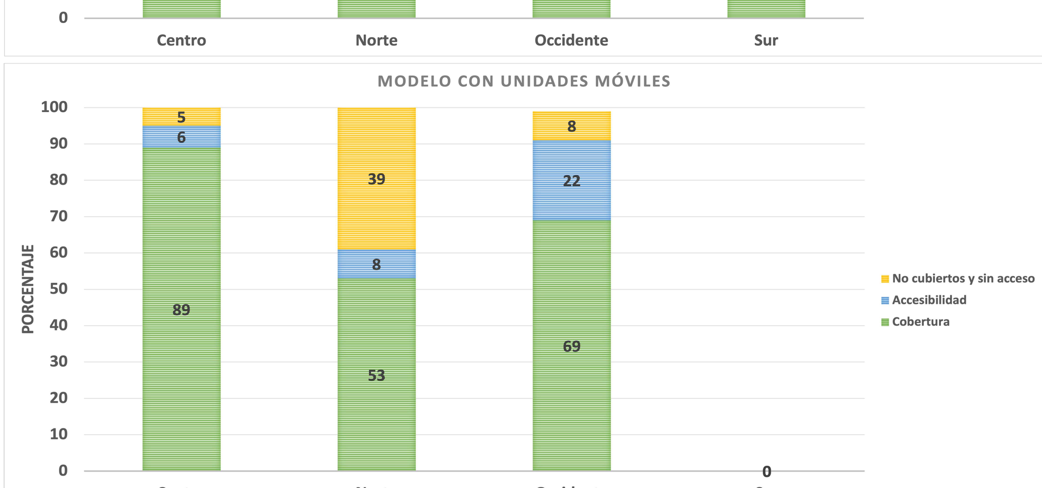
Instancias Tipo 1





Instancias Tipo 2





Modelo matemático

Variables de decisión

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{si la instalación } i \in I \text{ está abierta.} \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{si la zona } j \in J \text{ está cubierta por un hospital.} \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

$$q_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si el hospital } i \in I \text{ abre una instalación móvil en la zona } j \in J. \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

$$v_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si la zona } j \in J \text{ no está cubierta e } i \in I \text{ es la instalación abierta más cercana.} \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases}$$

$$u_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{si la zona } j \in J \text{ no está cubierta e } i \in I \text{ tiene instalada una unidad móvil en la zona } k \in J \text{ y ésta es la más cercana.} \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

Indicadores de accesibilidad

$a_j \in \{0,1\} \quad o_j \geq \mathbb{Z}^0 \cup \{0\} \quad t_j \in [0,1] \quad n_j \geq 0 \quad \bar{n}_j \geq 0 \quad s_j \geq 0$

Función Objetivo

$$\max \frac{1}{|J|} \sum_{j \in J} \left(w_1 a_j + w_2 y_j + w_3 t_j + w4 \left(\frac{max_{i \in I}\{d_{ij}\} - nj}{max_{i \in I}\{d_{ij}\}} \right) + w_5 \left(\frac{max_{k \in J}\{d_{jk}\} - \bar{n}_j}{max_{k \in J}\{d_{jk}\}} \right) + w_6 \frac{o_j}{|A(j)| + |M(j)|} + w_7 s_j \right) \tag{1}$$

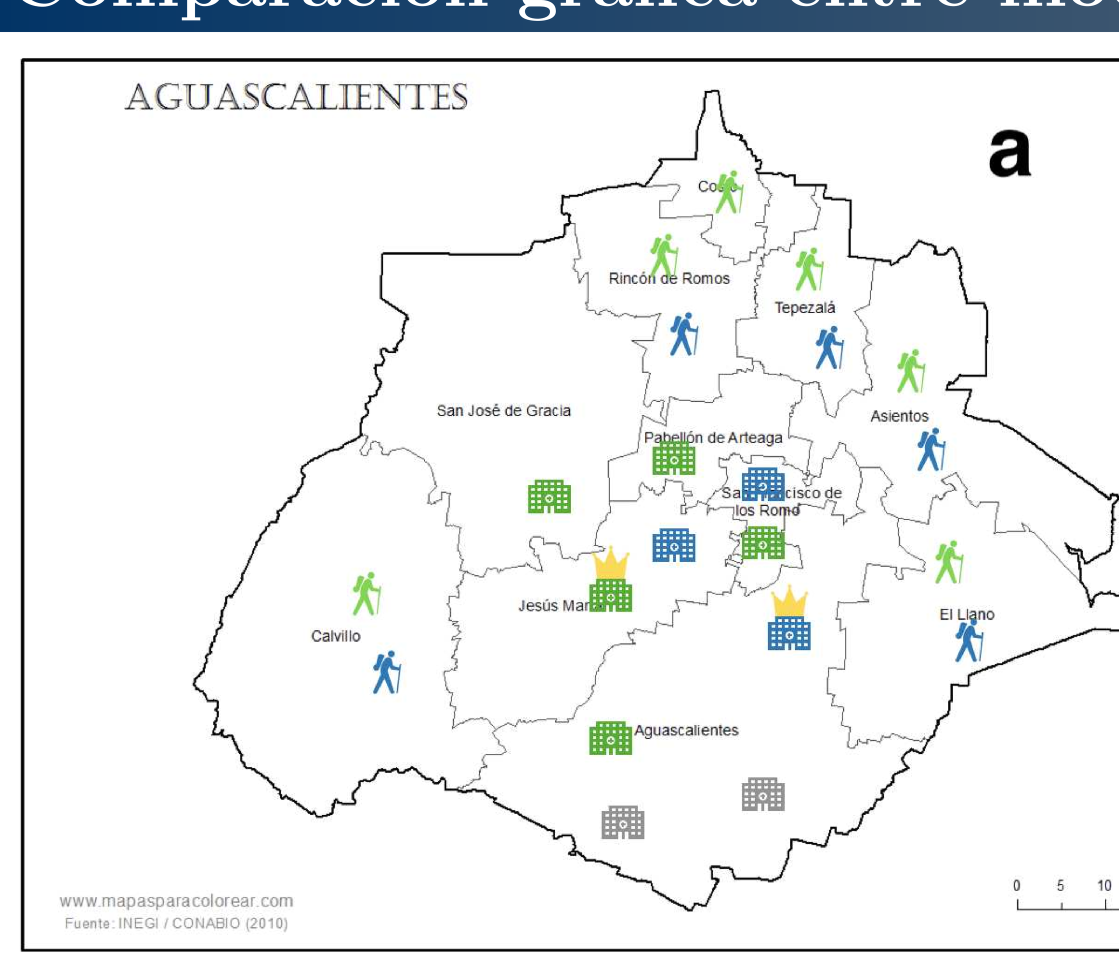
Restricciones

$$\sum_{i \in I} z_i = n \tag{2}$$
$$\sum_{i:j \in N(i)} z_i + \sum_{i:j \in L(i)} q_{ij} \leq (|N(i)| + |L(i)|)\, y_j \quad \forall j \in J \tag{3}$$
$$y_j \leq \sum_{i:j \in N(i)} z_i + \sum_{i:j \in L(i)} q_{ij} \quad \forall j \in J \tag{4}$$
$$v_{ij} \leq z_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J \tag{5}$$
$$\sum_{i \in I} v_{ij} = 1 - y_j \quad \forall j \in J \tag{6}$$
$$\sum_{j \in J} q_{ij} \leq m_i z_i \quad \forall i \in I \tag{7}$$
$$\sum_{i \in I} q_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in J \tag{8}$$
$$u_{i \underset{j \in J}{j} \underset{k \in H(i)}{k}} \leq q_{i \underset{j \in H(i)}{j}} \quad \forall i \in I \tag{9}$$
$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in H(i)} u_{ijk} = 1 - y_j \quad \forall j \in J, j \neq k \tag{10}$$
$$a_j \leq y_j + \sum_{i \in A(j)} v_{ij} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in M(k)} u_{ijk} \quad \forall j \in J, j \neq k \tag{11}$$
$$t_j \leq \frac{\sum_{i \in A(j)} \frac{z_i}{d_{ij}}}{\sum_{i \in A(j)} \frac{1}{d_{ij}}} + y_j \quad \forall j \in J \tag{12}$$
$$n_j = \sum_{i \in I} v_{ij} d_{ij} \quad \forall j \in J \tag{13}$$
$$\bar{n}_j = \sum_{i \in I} \sum_{k \in J} u_{ijk} d_{jk} \quad \forall j \in J \tag{14}$$
$$o_j \leq \sum_{i \in A(j)} z_i + \sum_{i:j \in M(j)} q_{ij} \quad \forall j \in J \tag{15}$$
$$o_j \leq (|A(j)| + |M(j)|)\,(1 - y_j) \quad \forall j \in J \tag{16}$$
$$s_j \leq \frac{d_{jj'}}{max_{j' \in J}\{d_{jj'}\}} + (a_j + a'_j) \quad \forall j \in J, \forall j' \in J : j' \neq j \tag{17}$$
$$s_j \leq 1 \quad \forall j \in J, \forall j' \in J : j' \neq j \tag{18}$$

Naturaleza de las variables

$$z_j, y_j, v_{ij}, a_j, q_{ij}, u_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j, k \in J$$
$$t_j, n_j, s_j, \bar{n}_j \geq 0 \quad \forall j \in j$$
$$o_j \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$$

Comparación gráfica entre modelos



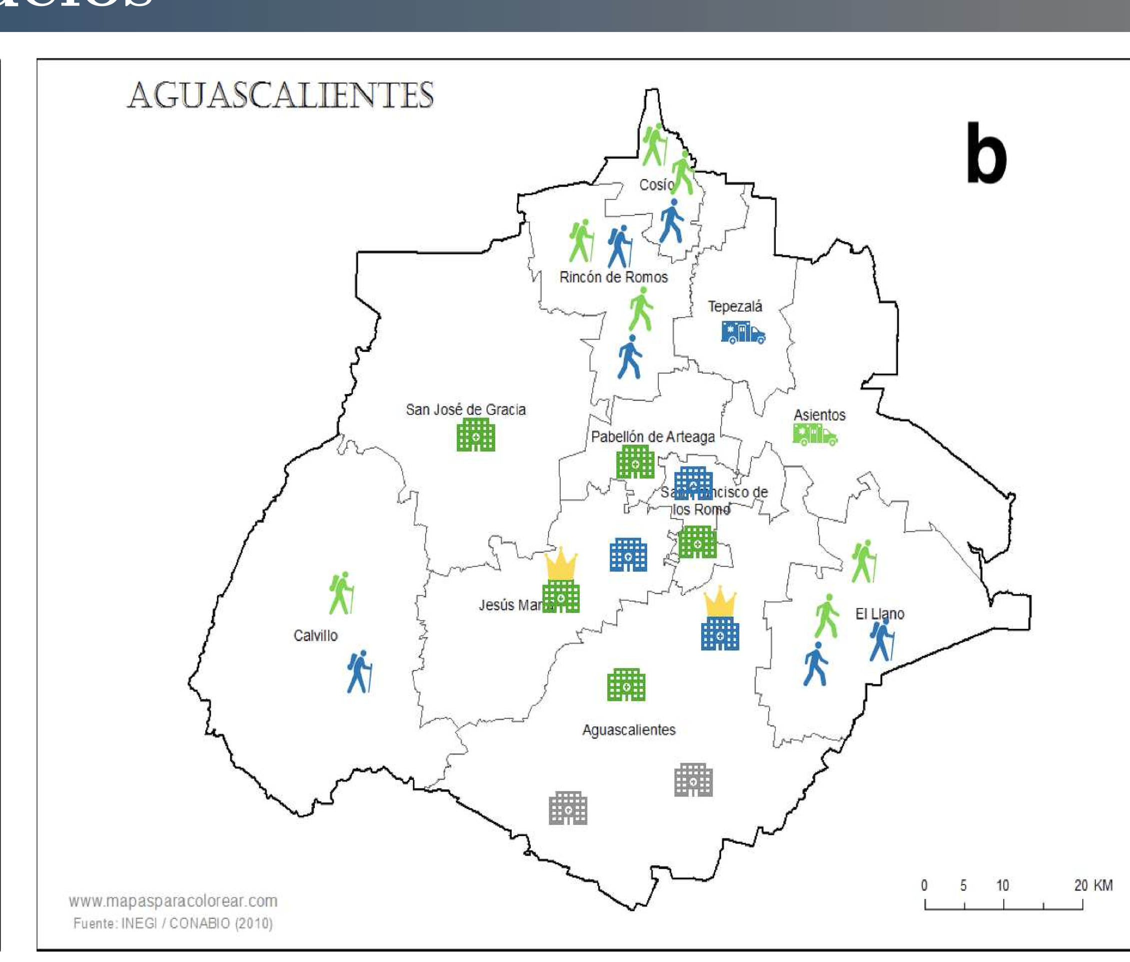


Figura 2. La imagen del lado izquierdo (a) corresponde a la solución visual del modelo sin unidades móviles mientras que la imagen del lado derecho (b) corresponde a la solución visual del modelo con unidades móviles.